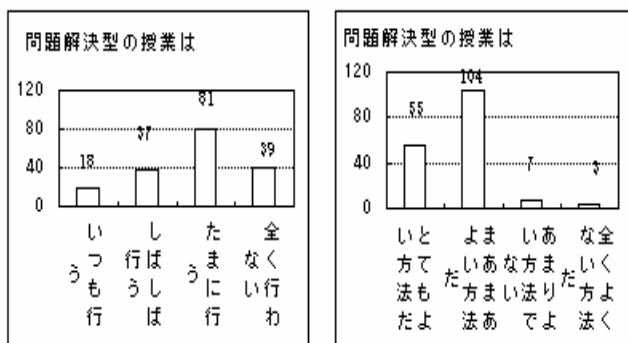


## 9. 問題解決・数学的な見方や考え方

### 1. はじめに

近年、数学の授業での学習過程が重視されている。特に、応用・発展問題や日常の事象に関連付けた問題を授業で扱い、数学的な見方や考え方の育成を図るとともに創造性の基礎を培うことを目標とする学習指導が高校数学でも重視されてきている。

例えば、日数教数学意識調査委員会の報告書(2005年)では、問題把握 自力解決 練り上げ まとめ、という過程を踏む問題解決指導についての、高校教員を対象とするアンケート調査では、次のように良い評価が得られ、実際にある程度授業に取り入れられていることがわかる。



その他、発展的な扱いによる問題作りの指導なども問題解決の指導と考えられる。

数学的な考え方とは、数学を学習し、応用し、問題解決のときに働く考え方のことであり、数学の内容に関わる考え方、活動を進めるときの方法に関わるものがある。例えば「等差数列の和は、数列をひっくり返したものを元の数列と辺々加える」や、不等式の証明に「相加平均 相乗平均」は内容に関わる数学的な考え方である。一方、方法に関わる考え方には次のような例がある。

問題解決の過程	用いられる主な考え方
問題形成・把握	抽象化(条件の具体化、明確化)、単純化、記号化(簡単な例を考える)
見通しを立てる	類推、特殊化、記号化 例 図や表を作る。
解決の実行	帰納、演繹、類推(推測して確かめる。逆向きに考える等)
解の理論的組織化	一般化、演繹 (F1A の定理等)
解の検証	一般化、統合、発展

本分科会は、問題解決学習についての研究発表し議論することと、新しい学力観の1つとしての「数学的な見かたや考え方」を議論することを目的とする分科会として長野大会から始められた。

なお、変化の著しい社会を生きるための問題の解決力の育成を目的とする「問題解決的な学習」は、ディープの流れに沿うものであり環境問題などを含むが、これは学校数学を含む非常に大きなテーマであり、高校数学では当面は中心テーマになりにくいと考えられる。

### 2. これまでの研究

過去15年間、問題解決・数学的な見方や考え方を柱とする分科会が設けられたことはなかった。

現代の社会では様々な場面で「問題解決力」が問われているが、高校数学における「問題解決」の目的やその果たす役割について、指導法分科会の中で扱われてきた。昨年度の大会(長野)から高等学校部会に「問題解決、数学的な見方や考え方」の分科会が設けられたことは、数学の応用としての価値、数学の情意的な価値を研究する上で追い風になると考えられる。

昨年度より設けられた本分科会では

- 問題解決の意味とその数学教育における意義
- 問題解決を取り込んだ授業の実践例
- 数学的な考え方の意味と内容
- 数学的な考え方を育成する授業の実践例
- 数学的な考え方の評価

などを中心とした8本の発表があり、次のように、6本が実践的研究、2本が基調発表・報告であった。

#### <実践>

- 発展的な教材を用いた数学的な考え方の指導
- 数学的な見方や考え方の指導と評価の一体化
- 数学的な考え方としての解析(分析的思考)の指導
- 定期試験での問題作りと数学的な考えや思考法の指導
- 数学的な考え方の育成をめざした小中高一貫の算数・数学の指導
- コンピュータ・グラフ電卓を利用した想像力、イメージ化の伸張と数理的思考法の発見と定着

#### <基調発表、報告>

- 問題解決、数学的な見方の意味・意義の考察と事例

- ・ 大学入試問題の内容・表現等の検討、分析

いずれの発表も日々の実践を踏まえ、教材を工夫し、関心・意欲を高める学習過程を提案したものであった。

### 3. 問題点と今後の課題

今年度は、現行の学習指導要領に基づく教育を受けたかつての小学生が初めて高等学校に入学し、現行の学習指導要領に基づく教育を受けた最初の高校生が卒業していく年であり、様々な面で「ゆとり教育」の真価が問われることになるであろう。

2003年のPISAの学力調査結果およびTIMSSの学力調査結果などと結びついた学力低下論争や入試の現実が無視できない中で、高校数学のあり方について様々な見解が錯綜する状況がある。

こうした状況は、知識や技能といった基礎学力を重視する立場を強調する傾向と短絡的に結びつき、「問題解決学習」や「数学的な見方考え方」の研究をする上で困難な状況を作り出すことが予想される。

「問題解決学習」「数学的な見方考え方」の研究について、次のような問題が考えられる。

#### 1) 内容の系統性との関わり

問題解決学習は、問題に依存し、数学的な知識や計算技能を「現地調達」的に使うことから、数学的な系統性を2次元的な存在に置く。例えば「2次関数」や「図形と方程式」は高校数学ではそれぞれ関数の最初、三角比に続く図形の内容という、系統性がある。「問題解決」や「数学的な見方考え方」に沿った指導では、どのような問題に「2次関数」が使われるか、「図形と方程式」はどのような数学的な考え方を培うかといったことを目標に置くことから、従来の高校数学の系統性との整合性が困難になることである。これは、この指導を行うときに常につきまとう問題である。

この問題に対しては、各内容項目の指導に際して、概念形成の場面で利用する、応用場面で利用する、など指導する場面を明確にすることが求められる。

#### 2) 教材開発に関連した課題

問題解決の授業は、生徒が興味・関心をもつ題材と問題場面(シチュエーション)を設定し、次の過程をとる指導を想定している。

問題把握 自力解決 練り上げ まとめ

こうした条件を満たすにはかなりの指導力を必要

とする。

特に、多様化した生徒、数学に対する興味・関心が低い生徒に対して、こうした授業の効果があるという事例が少ないことが問題点としてあげられる。

各教員が少しずつでも「問題解決」や「数学的な見方考え方」についての理解や見識を深め、教材を開発していくことが課題である。

#### 3) 評価についての課題

問題解決や数学的な見方考え方の力がついたかどうかを評価する方法は、生徒と密接に関わった指導によって可能になる。個々の生徒を「問題解決」「数学的な考え方」という側面から評価する必要がある。しかし、いつ、どのような方法で、誰が評価するかという点だけに絞っても評価が容易ではない。こうしたことが課題である。

課題の解決には、数学科教員の協同によって評価の観点と評価方法を設定することが期待される。

### 4. おわりに

今年の全国大会(東京大会)のテーマ「意欲を高め思考力を育む算数・数学教育」からもうかがえるように、児童・生徒が意欲や興味をもって取り組む授業とするために問題解決型の授業作りが重要性を増してくると思われる。数学的活動は興味・関心を高めるとともに数学的な考え方の育成にとっても有益であり、こうした活動を取り入れた多くの実践研究の成果が蓄積されることを期待したい。

(河野 芳文)

#### 参考文献

- 1) 磯田正美・原田耕平編著「生徒の考えを活かす問題解決授業の創造」意味と手続きによる問いの発生と納得への解明 明治図書 1999年
- 2) 相馬一彦著 数学科「問題解決の授業」明治図書 2003年
- 3) 中原忠男著「算数・数学教育における構成的アプローチの研究」聖文社 1995年
- 4) 片桐重男著「数学的な考え方の具体化」明治図書 1992年
- 5) 片桐重男著「問題解決過程と発問分析」明治図書 1994年
- 6) 日数教数学意識調査委員会編「指導法の改善をめざして」2005